Izračunavanje svojstvene vrijednosti i svojstvenog vektora matrice uz pomoć MatLab-a

Zadatak broj 1

Naći svojstvene vrijednosti i svojstvene vektore matrice $A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 8 \\ 5 & 0 & 8 \\ 8 & 5 & 0 \end{bmatrix}$.

Rj.

```
>> A=[0 5 8; 5 0 8; 8 5 0]

A =
     0     5     8
     5     0     8
     8     5     0

>> eig(sym(A))

ans =
[ -5]
[ -8]
[ 13]

>> [V,D]=eig(sym(A))

V =
[     1,     1,     1]
[     1,     1, -13/5]
[     1, -13/8,     1]

D =
[ 13,  0,  0]
[  0, -8,  0]
[  0,  0, -5]
```

Iz dobijenih rezultata čitamo: svojstvene vrijednosti matrice A su λ_1=-5, λ_2=-8 i λ_3=13. Svojstveni vektor koji odgovara svojstvenoj vrijednosti λ_1=-5 je $\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} t \\ -\frac{13}{5}t \\ t \end{bmatrix}$, gdje je $t \neq 0$. Svojstveni vektor koji odgovara svojstvenoj vrijednosti λ_2=-8 je $\vec{v}_2 = \begin{bmatrix} t \\ t \\ -\frac{13}{8}t \end{bmatrix}$, gdje je $t \neq 0$. I na kraju svojsveni vektor koji odgovara svojstvenoj vrijednosti λ_3=13 je $\vec{v}_3 = \begin{bmatrix} s \\ s \\ s \end{bmatrix}$, gje je $s \neq 0$.

Zadatak broj 2

Naći sopstvene vrijednosti i sopstvene vektore matrice $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

Rj.

```
>>
>> B=[1 -2 -1; -1 1 1; 1 0 -1]

B =

     1    -2    -1
    -1     1     1
     1     0    -1

>> eig(sym(B))

ans =

[  0]
[ -1]
[  2]

>> [V,K]=eig(sym(B))

V =
[  3,  1,  0]
[ -2,  0,  1]
[  1,  1, -2]


K =
[  2,  0,  0]
[  0,  0,  0]
[  0,  0, -1]
```

Prema dobijenim rezultatima sopstvene vrijednosti matrice B su λ_1=0, λ_2=-1 i λ_3=2. Sopstveni vektor koji odgovara sopstvenoj vrijednosti λ_1=0 je $\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} p \\ 0 \\ p \end{bmatrix}$, gdje je $p \neq 0$. Sopstveni vektor koji odgovara sopstvenoj vrijednosti λ_2=-1 je $\vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ t \\ -2t \end{bmatrix}$, gdje je $t \neq 0$. I na kraju sopstveni vektor koji odgovara sopstvenoj vrijednosti λ_3=2 je $\vec{v}_3 = \begin{bmatrix} 3s \\ -2s \\ s \end{bmatrix}$, gje je $s \neq 0$.

Zadatak broj 3

Naći karakteristične vrijednosti i karakteristične vektore matrice $C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Rj.

```
>> C=[0 1 1 1; 1 0 1 1; 1 1 0 1; 1 1 1 0]
C =
     0     1     1     1
     1     0     1     1
     1     1     0     1
     1     1     1     0

>> eig(sym(C))

ans =
[  3]
[ -1]
[ -1]
[ -1]

>> [V,K]=eig(sym(C))

V =
[  1, -1, -1, -1]
[  1,  1,  0,  0]
[  1,  0,  1,  0]
[  1,  0,  0,  1]


K =
[  3,  0,  0,  0]
[  0, -1,  0,  0]
[  0,  0, -1,  0]
[  0,  0,  0, -1]
```

Karakteristične vrijednosti matrice C su $\lambda_1=3$ i $\lambda_2=-1$. Karakteristični vektor koji odgovara karakterističnoj vrijednosti $\lambda_1=3$ je $\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} s \\ s \\ s \\ s \end{bmatrix}$, gdje je $s \neq 0$. Karakterističnoj vrijednosti $\lambda_2=-1$ odgovaraju sljedeća tri karakteristična vektora $\vec{v}_2 = \begin{bmatrix} -t \\ t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_3 = \begin{bmatrix} -t \\ 0 \\ t \\ 0 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_4 = \begin{bmatrix} -t \\ 0 \\ 0 \\ t \end{bmatrix}$, gdje je $t \neq 0$ proizvoljan realan broj.